

## LAS LEYES DE KEPLER EN EL SUELO DE LA CLASE

Esteban Esteban – Atrévete con el Universo

### Planteamiento de la actividad

Se trata de una actividad didáctica en la que se intenta plasmar las órbitas y movimientos planetarios en su justa medida, ya que en la mayoría de las ocasiones el simple enunciado de las leyes de Kepler que reflejan estas circunstancias suele llevar al alumnado a formarse una imagen falsa de la realidad de las órbitas planetarias, y a una falta de comprensión del significado de la formulación matemática y su implicación en la velocidad de estos astros. Su desarrollo se plasma en el suelo del aula, donde, una vez apartados los pupitres, se trazan a escala las órbitas de diferentes planetas y se reflejan diversos parámetros de dichas órbitas.

Antes de realizar la actividad conviene situar las leyes y su descubrimiento en el contexto histórico en que se produjo, valorando el método de trabajo y las premisas de las que partió Kepler. Esto se puede trabajar con algún texto o vídeo.

Para obtener los distintos parámetros que se necesitan para realizar el trabajo, se proporciona al alumnado la siguiente tabla con los datos rellenos en las 2 primeras columnas que, en grupos, con la ayuda de la calculadora y las explicaciones del-la profesor-a, irá completando según el orden y momento que se indicará más adelante.

Se aconseja trabajar con los 4 primeros planetas y el cometa Encke, que es el de órbita más pequeña.

Astro	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Mercurio	57,9	0,206							
Venus	108,2	0,007							
Tierra	149,6	0,017					365,25		
Marte	227,9	0,093							
C. Encke	331,3	0,844							

- 1- Distancia media al Sol (a)
- 2- Excentricidad ( $e=c/a$ )
- 3- Distancia del centro al foco (c)
- 4- Distancia máxima al Sol
- 5- Distancia mínima al Sol
- 6- Distancia recorrida en el afelio, en el mismo tiempo que en el perihelio recorre 30 millones de Km
- 7- Periodo ( $n^{\circ}$  de días que tarda en recorrer toda la órbita)
- 8- Longitud aproximada de la órbita, suponiendo que fuese una circunferencia
- 9- Distancia media recorrida en 30 días

Todas las distancias vienen dadas en millones de kilómetros

Conviene dividir al alumnado en 5 grupos, y cada uno de ellos se encargará de un astro.

Se despeja la clase de mesas y sillas, que se apilan en las esquinas y se preparan los materiales.

### Primera ley

Para señalar que las órbitas no son circulares sino elípticas, tal como dice la 1ª ley, habitualmente se exagera enormemente la excentricidad de los gráficos explicativos y ello conduce, además de crear una idea totalmente falsa de la situación (las órbitas reales son casi circulares), a conclusiones más graves, como el típico error (muy extendido) de pensar que en Verano la Tierra está apreciablemente más cerca del Sol, y por eso hace más calor. En este sentido se puede decir que esta primera ley suele ser didácticamente perniciosa.

A pesar de todo ello, y en una primera explicación para comprender lo que son las elipses, se recuerda su definición, método de trazado con una cuerda, significado y expresión matemática de la excentricidad  $e=c/a$ . Pero se insistirá en que el gráfico no representa fielmente las órbitas de los planetas y que se van a obtener éstas en su verdadera forma.

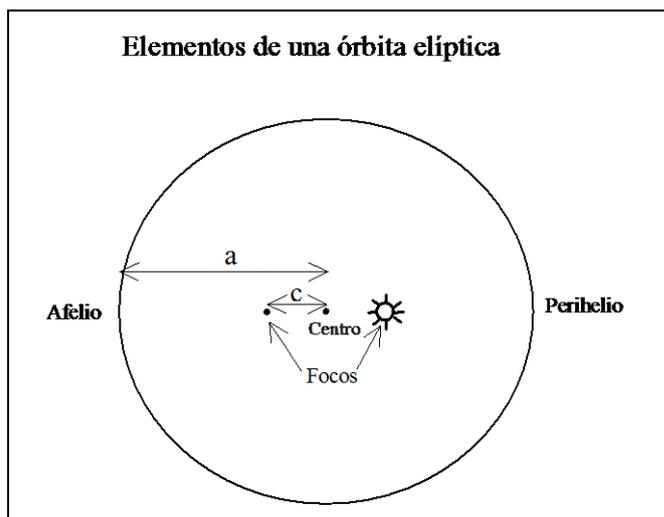


Figura 1a: Elementos de una órbita elíptica

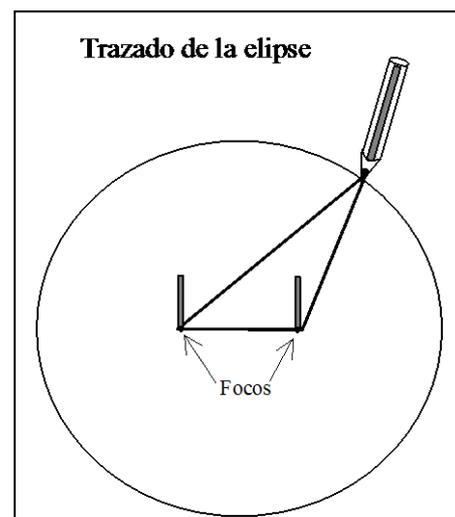


Figura 1b: Trazado de la elipse

A partir de los datos de la distancia media al Sol y la excentricidad, se calculan las distancias entre los focos  $2c$  (en la columna 3,  $c=a.e$ ) y una vez colocada la posición del Sol a dicha distancia se coloca el otro foco, se determina la longitud de la cuerda para que pase por el vértice ( $2a+2c$ ), y se trazan en el suelo las elipses que representan las órbitas a escala de los planetas más interiores, hasta Marte por el método citado con una cuerda y un rotulador.

Una escala adecuada puede ser en la que 1cm. equivalga a un millón de kilómetros; que permite trabajar con comodidad, traspasar rápidamente las diferentes medidas, y caben en una clase de tamaño normal. Como se ha

dicho, a los planetas citados se puede añadir el cometa Encke para contrastar la diferencia de las órbitas de estos astros.

Para que no haya problemas de espacio, y entre bien la órbita de Marte, la posición del Sol debe estar a 2,5 m de dos de las paredes del aula.

Para obtener un resultado totalmente exacto se proporciona la situación real del segundo foco de cada órbita planetaria:

El hecho de colocar el segundo foco en la orientación relativa adecuada no es imprescindible para esta actividad, pero sí lo es si se quiere obtener la posición relativa real de las órbitas, utilizar posteriormente esta maqueta para trabajar con elongaciones planetarias, averiguar las fechas de las máximas

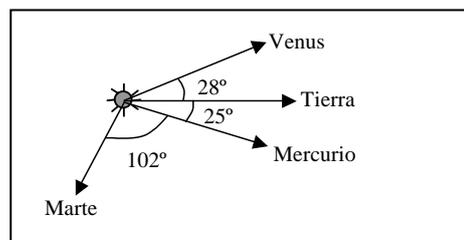


Figura 2: Dirección del segundo foco

elongaciones de Mercurio, o las mejores oposiciones de Marte. Las posiciones de estos focos vienen determinadas por el argumento del perihelio de cada planeta, y podría darse de manera numérica; sin embargo no parece conveniente introducir dicho parámetro teniendo en cuenta los objetivos de esta actividad, y se indican de manera gráfica.

Si se utilizase una escala menor para incluir más planetas, la órbita de Mercurio, que es la que más juego dará, quedaría demasiado pequeña.

Una vez dibujadas las elipses con un rotulador se coloca cinta adhesiva por encima.

Con este primer trabajo se aprecia muy bien cómo las órbitas planetarias son casi circulares, a diferencia de las de los cometas. Incluso la de Mercurio que es la más excéntrica, parece casi circular y únicamente se observa claramente que el Sol no está en el centro. En el caso de Marte se aprecia que la distancia a la órbita de la Tierra es diferente según el lugar de la misma, y a primera vista parecen dos circunferencias no concéntricas.

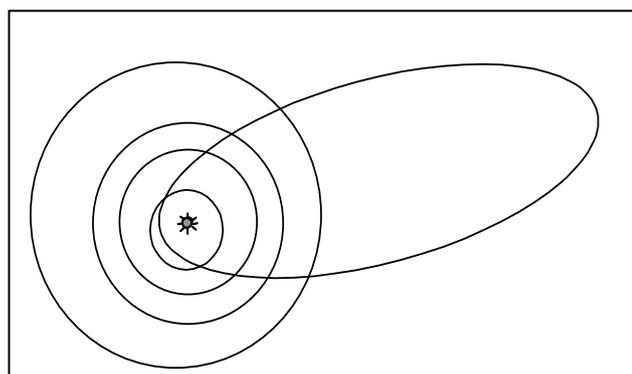


Figura 3: Representación de las cinco orbitas

## Segunda ley

El enunciado habitual de la ley "el radio vector del planeta barre áreas iguales en tiempos iguales" suele hacerse inteligible para el alumnado de secundaria, y normalmente se vuelve a exagerar la excentricidad de la elipse para visualizar la explicación.

Mediante un cálculo sencillo y reducido a las posiciones extremas se manejará la formulación de la ley y su implicación exacta en cada planeta.

Con cinta adhesiva de diferente color, y sobre cada órbita, se coloca la distancia que un planeta recorre en una misma unidad de tiempo, en el afelio y en el perihelio. Por ejemplo, se calcula el espacio que recorre en las proximidades del afelio, en el mismo tiempo que en el perihelio recorre 30 millones de Km, y con estos datos se rellena la columna 6 de la tabla. Previamente se miden en el suelo las distancias máxima y mínima al Sol o se calculan ( $a+c$  y  $a-c$  respectivamente) y se rellenan las columnas 4 y 5.

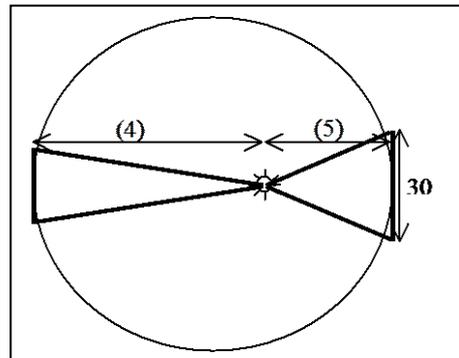


Figura 4: 2ª Ley. Datos para el cálculo

Los cálculos de las áreas se hacen aproximados considerando triángulos isósceles (en realidad uno de los lados es curvo, pero el error es pequeño).

$$\frac{30 \cdot 45,97}{2} = \frac{x \cdot 69,83}{2}$$

Por ejemplo en el caso de Mercurio  $x=19.75$

Se puede incluso dibujar con la misma cinta adhesiva, los dos triángulos con igual área.

Esto permite cuantificar la diferencia de velocidad, traducida en que mientras en Mercurio 30 millones de Km en el perihelio se recorren en el mismo tiempo que casi 20 en el afelio, en la Tierra son 30 a 29, y en Venus la diferencia es aún menor. En el cometa Encke 30 frente a 2,5.

### Tercera ley

"El cuadrado del periodo de los planetas es proporcional al cubo de su distancia media al Sol". Nuevamente el enunciado es extraño, y aunque el alumno-a ve lógico que un planeta tarde más tiempo en recorrer una órbita más grande, no entiende fácilmente que la proporcionalidad de cuadrados con cubos implique una menor velocidad, y sobre todo la diferencia real de un planeta a otro.

En nuestro caso se visualizará la diferente velocidad de cada planeta. A partir del dato conocido de la duración del año en la Tierra, se calculan los periodos T de los demás planetas por la fórmula de la propia ley y se rellena la columna 7.

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$$

Como en general  $\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$ , si en el primer caso se pone la Tierra  $\frac{149,6^3}{365,25^2} = \frac{a^3}{T^2}$ , sustituyendo el dato a del semieje de cada planeta se despeja su periodo T.

Para ver cómo se plasma este dato en la diferente velocidad, se calcula la longitud de la órbita aproximándola por la de una circunferencia de radio  $a$ , y, utilizando el valor obtenido del periodo, mediante una proporción se calcula aproximadamente el espacio recorrido por cada planeta en 30 días con una velocidad media, a mitad de camino entre el afelio y el perihelio. Los resultados se colocan en las columnas 8 y 9.

Se cortan tiras de cinta adhesiva de un tercer color según estas medidas, que primero se colocan juntas para comparar y apreciar su diferente longitud, y luego se pegan sobre la órbita en el lugar adecuado.

La cinta de Mercurio mide 124 cm., la de Venus 91, la de la Tierra 77 y la de Marte 62'5. Esta medida para el cometa Encke no es conveniente (ni interesante) hacerla, ya que debido a su elevada excentricidad no permite un cálculo aproximado sencillo de la longitud de su órbita.

Las órbitas de los planetas quedan fijas en el suelo, y aunque se coloquen luego los pupitres sobre ellas para impartir normalmente las clases, no suelen despegarse las cintas, o a lo mucho pueden requerir de vez en cuando algún ligero parcheo.

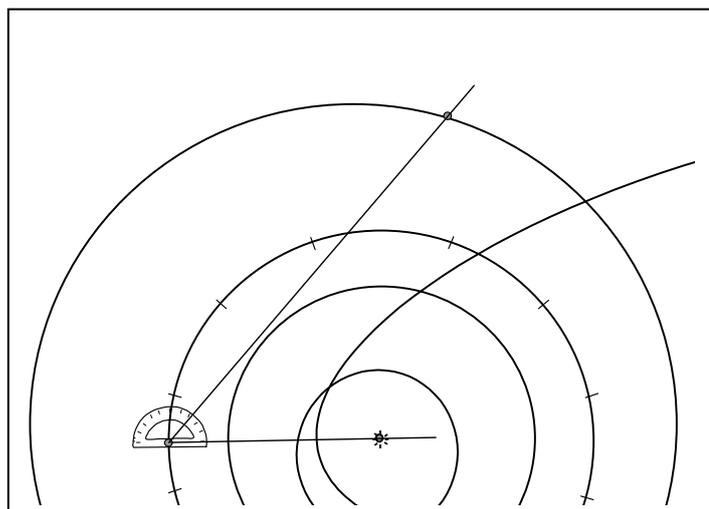
## Conclusiones y sugerencias

El trabajo completo puede requerir 3 o más horas de clase, y el hecho de la movida que supone el retirar las mesas o trabajar en el suelo puede ocasionar que algunos-as lo tomen como un juego, por lo que previamente hay que explicar lo que se va a hacer, cómo, y por qué. También puede ocurrir que en algún grupo haya algún alumno-a que no colabore con sus compañeros-as al considerar que en un único trabajo final de todo el grupo no se verá su aportación.

No obstante en general se sienten satisfechos-as del trabajo realizado y suelen querer que permanezca hasta final de curso. Queda así el sistema solar como un elemento más del aula, y puede ser utilizado posteriormente para explicar y visualizar las posiciones planetarias (oposiciones, conjunciones, máximas elongaciones, ...) colocando esferas en determinados lugares de las órbitas, o colocándose los propios alumnos, que visualizarían claramente las diferentes situaciones.

Además de esto, el trabajo realizado queda como recurso didáctico con diversas posibilidades de utilización o mejora:

- Si en la órbita de la Tierra se señalan los meses, se aprecia muy bien las diferencias en la distancia a Marte según la fecha en que se produzca la oposición, o la magnitud de



las máximas elongaciones de Mercurio dependiendo también de la fecha en que ésta se produzca. Figura 5: Colocación de los planetas a partir de su  
de su

elongación

- A partir del cálculo realizado de la longitud recorrida en 30 días se puede incluso señalar en todas las órbitas los intervalos recorridos por cada planeta en una semana; con lo que si se colocan marcas con pegatinas un día concreto en su posición exacta a partir de sus elongaciones tomadas de las efemérides y actualizándolas cada semana, se tiene en todo momento la posición de estos planetas.

La colocación inicial de las marcas de los planetas se hace con un transportador grande dibujado, escaneado o fotocopiado ampliado preferiblemente en un papel DIN A3 que se sitúa en el suelo, con el que se mide el ángulo con vértice en la Tierra que pasa por el Sol y el planeta y que se traza con dos cuerdas. Al cabo de varias semanas o meses que se han ido moviendo según las marcas calculadas, se vuelven a medir sus elongaciones de la misma manera y se comprueba que los resultados coinciden (aproximadamente) con los datos del anuario de efemérides.

## BIBLIOGRAFÍA

- Esteban, E. Fernández, I. Sarasola, J. *Taller de astronomía*. Servicio de Publicaciones del Gobierno Vasco. Vitoria-Gasteiz 1998.
- Esteban, E. *Trabajando con órbitas*. Publicaciones de Apea. 2007