

SATURNO: SUS ANILLOS Y SU ESPECTRO

Francis Berthomieu¹, Rosa M. Ros² – Atrévete con el Universo

¹ Comité de Liaison Enseignants et Astronomes, CLEA (France)

² Technical University of Catalonia (Spain)

Resumen

Todo el mundo conoce el planeta Saturno, asociándolo con sus anillos. Menos conocido es el hecho que esos anillos no se ven siempre de la misma manera desde la Tierra. Este trabajo lo estudia especialmente. Consideraremos los anillos observados desde la Tierra para calcular la inclinación del eje de rotación del planeta.

El “Efecto Doppler-Fizeau” es una herramienta de múltiples usos en astrofísica. Se explica en que consiste y se dan las consecuencias matemáticas que se deducen del mismo. Se muestra después como sirve para interpretar algunas imágenes de espectros luminosos, tal como el de Saturno y sus anillos.

Cálculo de la inclinación de Saturno usando sus anillos

Los anillos de Saturno se encuentran en el plano ecuatorial del planeta. El eje de rotación de Saturno tiene una inclinación de 27° con el plano de la órbita y esa órbita está inclinada de $2,5^\circ$ sobre el plano de translación de la Tierra, el plano de la eclíptica, (Fig. 1), y por eso Saturno nos ofrece aspectos variados (Fig. 2).

Los anillos de Saturno nos dan la oportunidad de calcular fácilmente la inclinación del planeta. Si Saturno no tuviera ninguna inclinación, sus anillos aparecerían siempre de la misma manera. En realidad, la inclinación aparente de los anillos cambia de un valor máximo de 27° a cero, y en ese caso, los anillos no se ven.

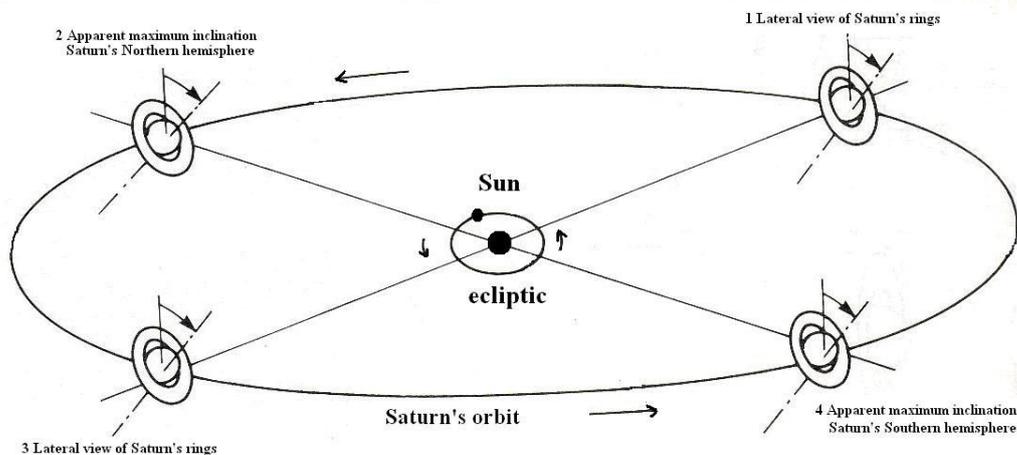


Figura 1. El eje de rotación de Saturno está inclinado sobre el plano de su órbita y este plano está inclinado en relación a la eclíptica

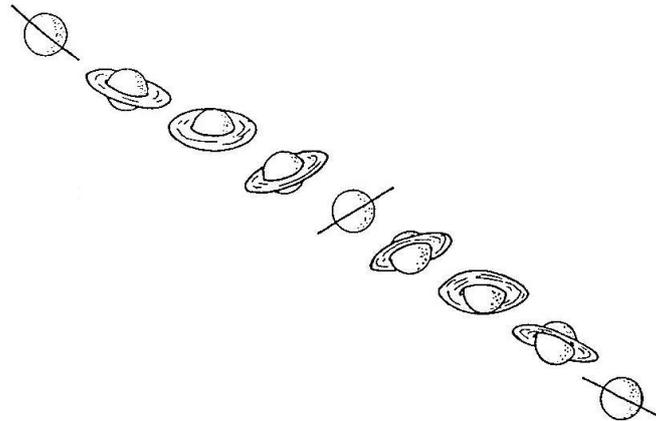


Figura 2. El aspecto de Saturno cambia

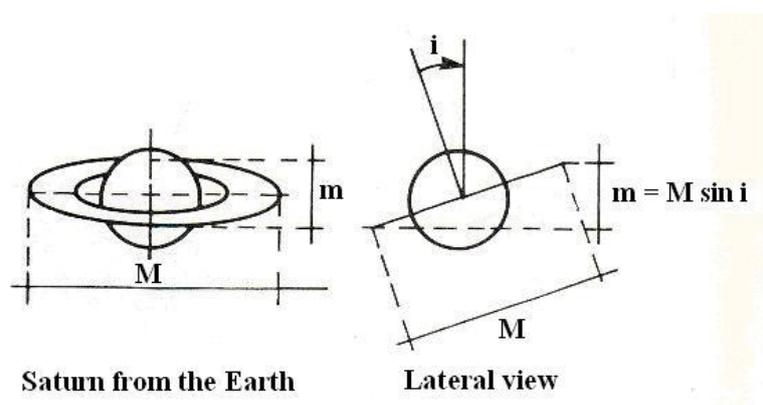


Figura 3. Observando los anillos de Saturno desde la Tierra

Es muy sencillo medir la inclinación de los anillos en cada una de las fotografías.

Llamando m al eje menor y M al eje mayor de los anillos en la foto; la inclinación i puede obtenerse de la figura 3 por:

$$i = \arcsin(m/M)$$

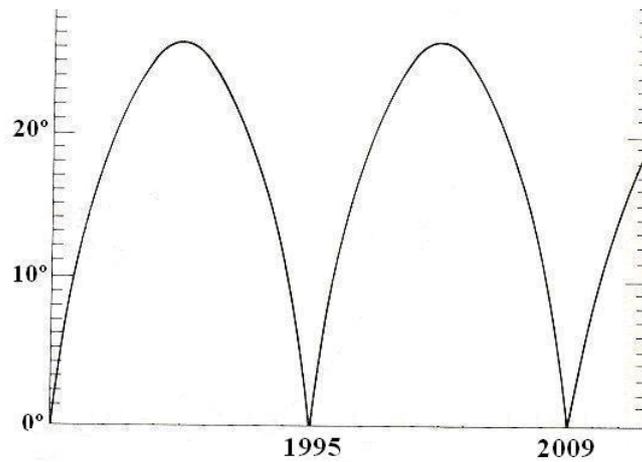


Figura 4. Gráfica de la variación de la inclinación aparente de los anillos de Saturno respecto al tiempo

Dado que la variación de la inclinación de los anillos es periódica (Figura 4), podemos calcular la inclinación correspondiente a cada una de las fotos que aquí se presentan (Figuras 5a, 5b, 5c, 5d, 5e, 5f, 5g, 5h, 5i, 5j y 5k). Este valor puede situarse en la Figura 4. Se puede observar, en cada caso, la posición del punto en la grafica y deducir si la inclinación esta creciendo o disminuyendo.

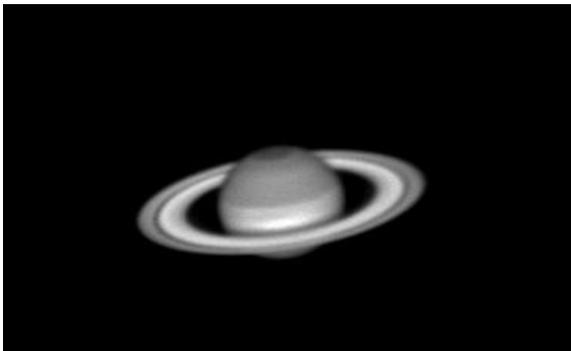


Figura 5a. Saturno en noviembre de 1999



Figura 5b. Saturno en septiembre de 2000



Figura 5c: Saturno en agosto de 2001

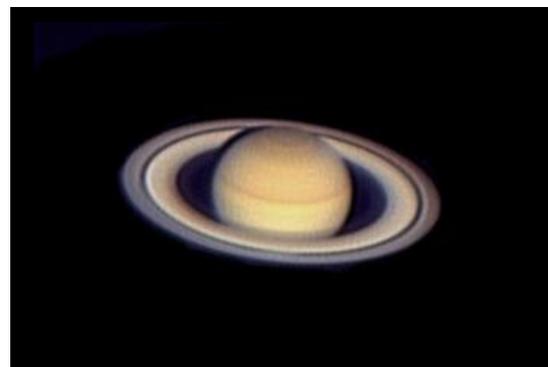


Figura 5d: Saturno en septiembre de 2002



Figura 5e: Saturno en noviembre de 2003

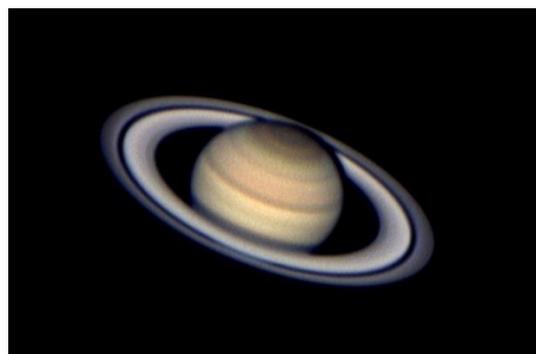


Figura 5f: Saturno en enero de 2004

Figura 5. Diversas fotografías de Saturno y sus anillos (Albert Capell, Barcelona)



Figura 5g: Saturno en enero de 2005

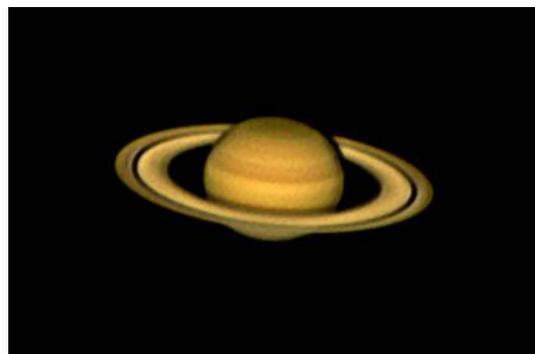


Figura 5h: Saturno en febrero de 2006

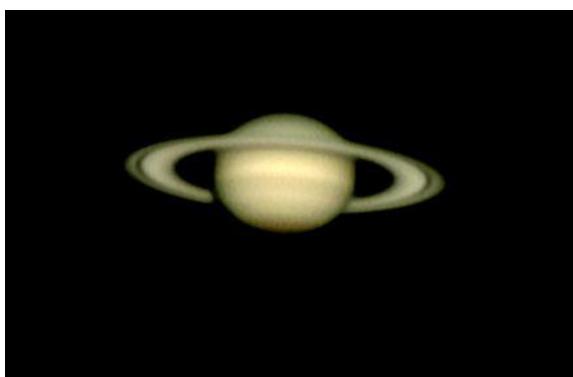


Figura 5i. Saturno en febrero de 2007

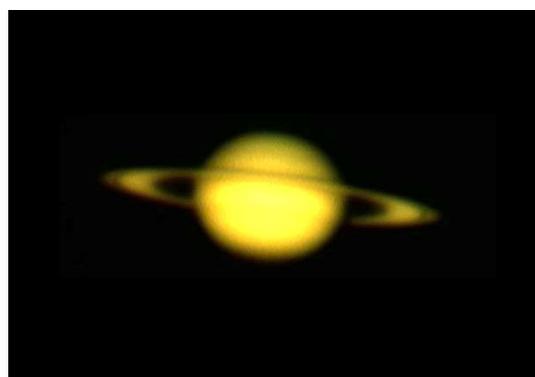


Figura 5j. Saturno en enero de 2008



Figura 5k: Saturno en marzo de 2009

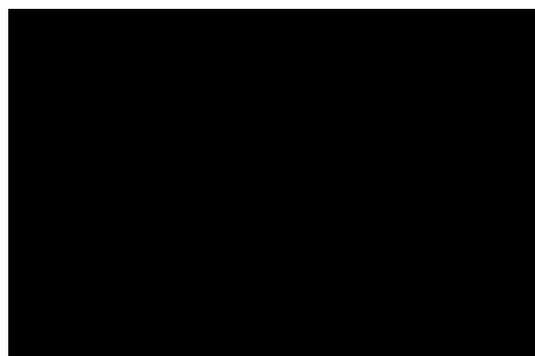


Figura 5. Diversas fotografías de Saturno y sus anillos (Albert Capell, Barcelona)

Por ejemplo de la fotografía 5d del 2002, se deduce $m=20$ mm y $M = 46$ mm y en consecuencia $i = 27^\circ$, y para el año 2007 la fotografía 5i se miden respectivamente 14 mm y 54 mm obteniéndose $i = 15^\circ$.

Cuentos de hadas ... y periodicidad

Muchos de los fenómenos astrofísicos tienen que ver con la noción de periodicidad. Encontraremos esos tipos de problemas cuando estudiaremos el efecto Doppler-Fizeau o cuando veremos la medida de la velocidad de la luz de Olaus Römer. En esta corta presentación, un cuento de príncipes y princesas nos ayudara para entender sencillamente estos delicados problemas.

El Príncipe Juan y la Princesa Ana

“El Príncipe Juan se fue para un viaje de exploración en su barco, dejando a la Princesa Ana en su castillo.

Como todos los enamorados, necesitaban estar en contacto: decidieron usar palomas mensajeras. Juan salió un domingo a las doce y le prometió a Ana mandarle una paloma (con alguna mensaje secreto) cada día a las doce. ¡Y así lo hizo durante todo su viaje!

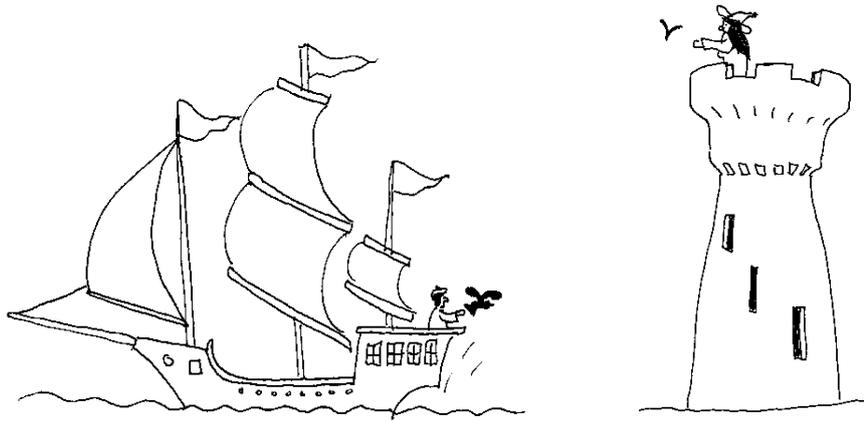


Figura 6. El Príncipe Juan y la Princesa Ana

Ella espero cada día a las doce en la cumbre de su torre. Pero las palomas nunca llegaron a las doce, ¡sino mas tarde!

Durante la primera semana: ¡llegaron con una periodicidad de 25 horas!

Luego, por un día, el periodo fue de 24 horas. Y hasta que volvió el Príncipe a su casa: ¡el periodo fue de 23 horas!

Ahora, miremos con atención nuestra historieta y trataremos de encontrar la explicación de tal extraño fenómeno...

Es bastante sencillo entenderlo si se sabe que:

- *El barco del Príncipe Juan recorre 100 km por día.*
- *¡Las palomas vuelan a 100 km por hora!”*

Veamos el siguiente esquema

Mensaje enviado en:

 Lunes 12:00
 Martes 12:00
 Miércoles 12:00
 Jueves 12:00
 Viernes 12:00
 Sábado 12:00
 Domingo 12:00
 Lunes 12:00
 Martes 12:00
 Miércoles 12:00



Mensaje recibido en:

 Domingo 12:00
 Lunes 13:00
 Martes 14:00
 Miércoles 15:00
 Jueves 16:00
 Viernes 17:00
 Sábado 17:00
 Domingo 16:00
 Lunes 15:00
 Martes 14:00
 Miércoles 13:00
 Jueves 12:00

El Efecto Doppler-Fizeau

Todos nosotros hemos podido oír una consecuencia del Efecto Doppler en acústica. Cuando un coche se nos aproxima tocando su bocina, se escucha un sonido más agudo que cuando el mismo se aleja. Un sonido es un fenómeno periódico, cuyos parámetros físicos son la frecuencia N y el periodo T . Se viene propagando con una velocidad C . Esos parámetros nos permiten definir una longitud de ondas $\lambda = CT$ ó $\lambda = C/N$.

¿Cómo se puede explicar la aparente modificación de esos parámetros cuando la fuente de sonido se mueve relativamente al observador? Imaginemos tres puntos ubicados en una misma línea recta Ox . A y B no se mueven, mientras C se mueve con velocidad constante yendo desde A hacia B. Suponemos que C vaya emitiendo un sonido caracterizado por su frecuencia N_0 y su periodo T_0 .



Figura 7. Los puntos A y B no se mueven y C se mueve con velocidad constante

En la Figura 7 se puede apreciar una representación gráfica de esta situación, en relación con el tiempo t . Podemos suponer que C está emitiendo un “top” cada T segundos, como indicado por puntos en el dibujo. Como el sonido se propaga con la velocidad C , se demora algún tiempo para ir desde C a A (Fig. 8a) ó B (Fig. 8b), según la distancia que debe recorrer.

En los dibujos, podemos representar la propagación del sonido por líneas rectas, y ver en qué instante llega el sonido de un “top” al punto A o al punto B.

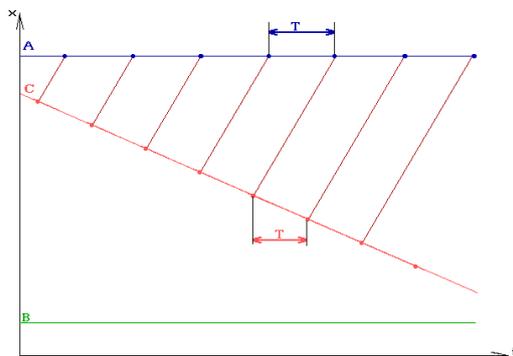


Figura 8a. Para ir desde C hasta A

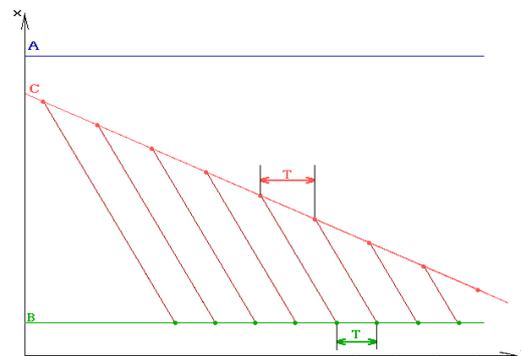


Figura 8b. Para ir desde C hasta B

Se nota claramente que el periodo T del fenómeno, tal como lo percibe el observador A, es más largo que T_0 , mientras que en B parece más corto.

Así podemos deducir:

- Si la fuente de sonido se aleja del observador, el periodo del sonido parece más largo que el original. Su longitud de ondas también se ve más larga que la original. La frecuencia parece disminuir y el sonido es más grave.
- Si la fuente de sonido se acerca al observador, el periodo del sonido parece más corto que el original. Su longitud de ondas también se ve más corta que la original. La frecuencia parece aumentar y el sonido es más agudo.

Podemos ahora mirar las Figuras 8c y 8d, que corresponden respectivamente a esas dos situaciones.

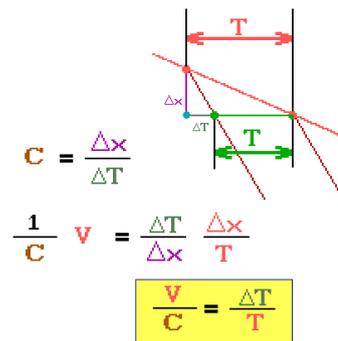
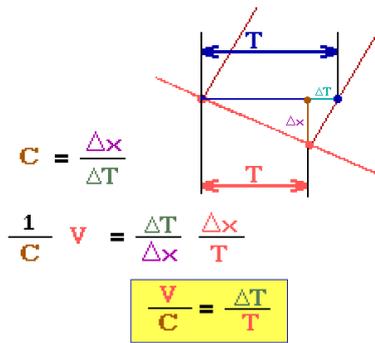


Figura 8c. Si la fuente de sonido se aleja

Figura 8d. Si la fuente de sonido se acerca

Aquí podemos comparar los periodos T y T_0 , y tener una manera sencilla de relacionarlas con V y C .

Los cálculos muestran que $\Delta T/T = V/C$. Sabiendo que $\lambda_0 = CT$ y $\Delta\lambda = C \Delta T$ y usando el cálculo obtenido, se deduce, $\Delta\lambda/\lambda = V/C$.

Para el caso de la luz la situación es similar. Su velocidad es mucho más grande que la del sonido y las longitudes de ondas de la luz visible mucho más cortas, pero las fórmulas matemáticas son las mismas. Si consideramos una fuente monocromática de luz, solo tiene una longitud de ondas, y podemos sacar las consecuencias siguientes:

- Si la fuente de luz se aleja del observador, su periodo parece más grande que el original así como la longitud de ondas: se puede decir que se movió hacia la parte roja del espectro. Por eso se habla de descalaje hacia el rojo o “*corrimiento al rojo*”.
- Si la fuente de luz se acerca al observador, su periodo parece más corto que el original así como la longitud de ondas: se puede decir que se movió hacia la parte azul del espectro. Por eso se habla de descalaje hacia el azul o “*corrimiento al azul*”.

¿Qué pasa cuando se trata de una fuente de luz “compuesta”, tal como la luz blanca? Su descomposición por un prisma o una red de difracción da un espectro de colores, constituido por todas las longitudes de ondas; si esa fuente de luz se mueve en relación al observador, cada una se mueve hacia el lado azul o rojo del espectro.

Miremos ahora a la luz que recibimos de una estrella, tal como el Sol. Su espectro no es continuo: se pueden observar unas cuantas líneas negras, cuyas longitudes de ondas corresponden a los elementos que la luz tuvo que atravesar en su viaje hacia el observador. Podemos ver el mismo espectro si usamos la luz que procede de un planeta ya que es la luz solar reflejada por la superficie del planeta, jugando el papel de espejo,

y podemos observar cantidad de rayas negras, correspondiendo cada una de ellas a una longitud de ondas característica.

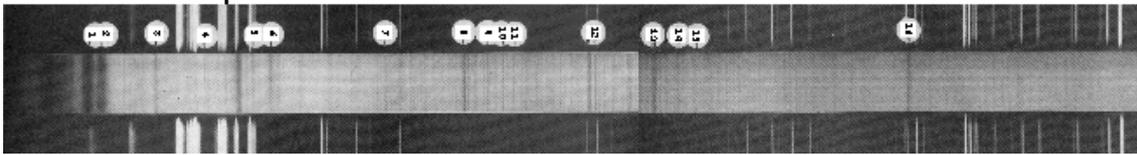


Figura 9. Espectro solar

¿Qué pasa si la fuente de luz se mueve en relación al observador? Cada una de las longitudes de ondas parece modificada y desplazada hacia la parte roja o azul del espectro, según se esta moviendo hacia el observador o desde el observador. Si nos proponemos medir este desplazamiento, deberemos usar un espectro muy bien conocido, llamado de referencia.

El espectro de Saturno

Miremos al espectro tomado en el «Observatoire de Haute Provence» el 24 de julio del 1962. En esa fecha, Saturno se ubicaba casi en posición al Sol, y el ángulo del plan de su anillo con la dirección Observador-Saturno era muy pequeño. Su distancia a la Tierra era 1.3×10^9 km.

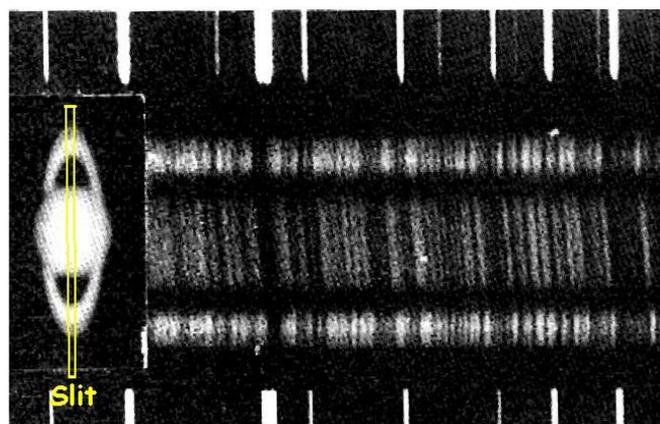


Figura 10. Muestra como la rendija del espectroscopio estaba ubicada

En la Figura 10, la rendija pasa por un diámetro del planeta (que puede ser considerado como el ecuador del planeta) y los dos extremos de sus anillos. Así, permite obtener 3 bandas en una misma imagen. En la parte mediana, la banda mas ancha es el espectro de la luz que nos devuelve el globo de Saturno. A sus lados aparecen los espectros de las extremidades de sus anillos. Por fin aparece un espectro de comparación, con las muy bien conocidas rayas de emisión del hierro, sacado con el mismo espectroscopio: permitirá conocer fácilmente cada longitud de onda. Se dan algunas de esas longitudes de ondas.

Como se puede apreciar, las líneas de los tres espectros se ven inclinadas, y no las del espectro de referencia del hierro. Eso lo explica el efecto Doppler-Fizeau y el movimiento radial de cada punto, considerado como un espejo que refleja la luz del Sol. La esfera de Saturno esta girando alrededor de su eje, de tal manera que una parte de su ecuador se acerca a nosotros, mientras otra parte se aleja, cada uno de esos puntos

moviéndose con distinta velocidad radial, relativamente a nosotros, ubicados en la Tierra.

Los anillos también se mueven alrededor del planeta, pero cada uno de las rocas que los constituye se mueve con una velocidad distinta. Para usar las formulas del efecto Doppler-Fizeau, se entiende fácilmente que tendremos que usar la velocidad radial de cada fuente de luz

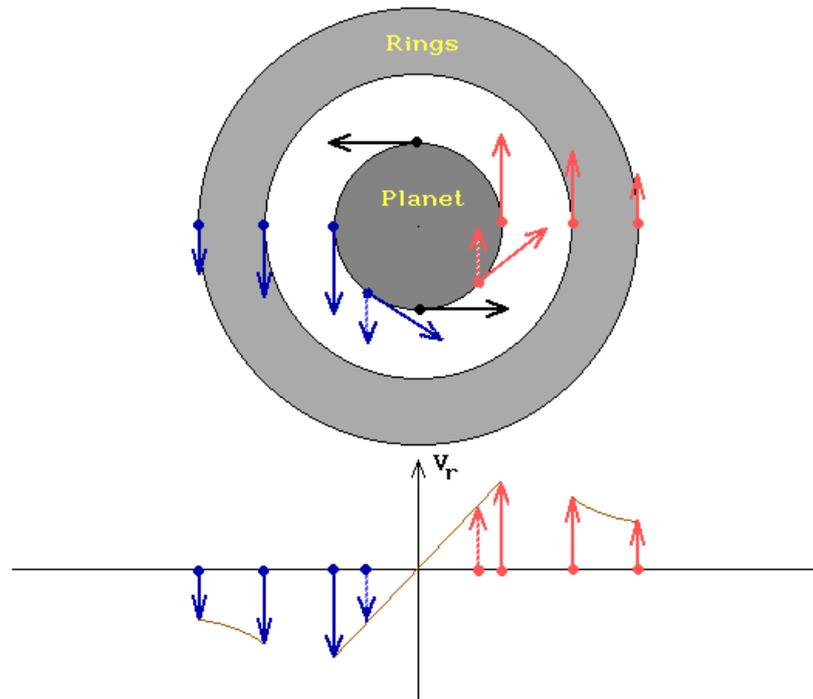


Figura 11. Vista superior de Saturno y sus anillos

¡Cuidado!

Esos objetos actúan como espejos para la luz solar. Si tal espejo se mueve en relación a nosotros con cierta velocidad radial V_r , la imagen que proporciona del Sol parece moverse con una velocidad doble $2V_r$. Así, el valor que podremos incluir en las formulas del efecto Doppler-Fizeau deberá ser $V=2V_r$.

- Información complementaria:

Radio de Saturno: $R = 6,04 \times 10^4$ km

Calculo de la velocidad y periodo de rotación de Saturno usando su espectro

Se nota claramente que las líneas del espectro de la esfera de Saturno están inclinadas y paralelas mientras que las del espectro de referencia no lo están. Esta inclinación se debe al movimiento de rotación del planeta. Un extremo del ecuador del planeta se acerca al observador (con una velocidad relativa a la que daremos el valor negativo $-V_r$) mientras el otro se aleja (con una velocidad a la que daremos el valor positivo V_r). Para el primero, y según lo que vimos sobre el efecto Doppler-Fizeau (sin olvidar que la

velocidad V usada en la formula debe estar multiplicada por 2), la longitud de onda observada λ_{ob1} parece mas corta que su valor en reposo λ_e :

$$(\lambda_{ob1} - \lambda_e) / \lambda_e = - 2V_r / C$$

Para el segundo, parece mas larga:

$$(\lambda_{ob2} - \lambda_e) / \lambda_e = + 2V_r / C$$

(Nota: Para cualquier otro punto del ecuador del planeta se puede realizar un razonamiento similar, usando como velocidad relativa su valor radial, obtenido proyectando el vector velocidad sobre la dirección observador-planeta. Resulta así que las líneas están inclinadas y siguen una recta).

Nos proponemos calcular la velocidad de rotación de los puntos situados sobre el ecuador de Saturno. Para ganar precisión, estudiaremos los dos puntos extremos del diámetro, cuya velocidad radial es mayor, y usaremos las formulas del efecto Doppler-Fizeau. Restando las dos formulas anteriores se puede obtener:

$$(\lambda_{ob2} - \lambda_{ob1}) / \lambda_e = + 4V_r / C$$

de donde despejando la velocidad de rotación se tiene

$$V_r = C \cdot (\lambda_{ob2} - \lambda_{ob1}) / 4\lambda_e$$

Debemos ahora determinar sobre el espectro de la figura 13 los valores de λ_{ob1} λ_{ob2} y λ_e . Primero, usando dos líneas del espectro de referencia y midiendo su distancia en la fotografía, se determina la escala de la fotografía (por ejemplo en ángstrom por milímetro: medimos 95,0 mm entre las líneas 4494,57 Å y 4466,54 Å. El calculo da para la escala: 28,03/95=0,295 Å /mm

Midiendo la diferencia entre las abscisas de los puntos extremos de una misma línea del espectro se encuentran 2,0 mm, o sea $(\lambda_{ob2} - \lambda_{ob1}) = 0,59 \text{ Å}$.

Para λ_e tomaremos un valor mediano como 4480 Å, y podremos encontrar un valor aproximado: $V_r = 3 \cdot 10^8 \cdot 0,59 / (4 \cdot 4480) = 9,9 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ o sea aproximadamente **10 km/s**

Para deducir el periodo de rotación P del planeta Saturno, usaremos la velocidad de rotación calculada y el radio del planeta $R = 6,04 \cdot 10^4 \text{ km}$. Sabemos que $2 \cdot \pi \cdot R = V_r \cdot P$ y en consecuencia podemos deducir

$$P = 2 \cdot \pi \cdot R / V_r$$

esto es $P = 3,79 \cdot 10^4 \text{ s}$, es decir **P = 10h 32min** (El valor actualmente aceptado es 10h 14min)

Calculo de la velocidad y periodo de rotación de los anillos de Saturno usando su espectro

Basta con observar las líneas del espectro de los anillos para ver, aplicando aquí también las relaciones del efecto Doppler-Fizeau, que la parte interior del anillo gira más rápidamente que la exterior, por lo tanto los anillos no se comportan como un cuerpo sólido.

Aplicando el mismo razonamiento que hicimos para la rotación del planeta, calcularemos la velocidad de la parte exterior del anillo. Considerando los dos extremos de una línea del espectro correspondiente al anillo, da una diferencia entre las abscisas de unos 3,5 mm. Haciendo un calculo similar al anterior apartado, obtenemos una velocidad: $V_r' = 17,5 \text{ km/s}$

En la fotografía de la figura 13, se puede comparar el diámetro de la esfera de Saturno y el diámetro externo del anillo: miden respectivamente 23 mm y 54 mm. Conociendo el valor del radio de Saturno $R = 6,04 \cdot 10^4 \text{ km}$, se puede calcular el radio externo R_{max} del anillo: $R_{\text{max}} = 54 \cdot R / 23$ o sea aproximadamente $R_{\text{max}} = 1,42 \cdot 10^5 \text{ km}$

El periodo de rotación del borde exterior de los anillos se calcula como en el caso del planeta. Se obtiene: $P' = 2 \cdot \pi \cdot R_{\text{max}} / V_r'$ o sea $P' = 14\text{h } 09\text{min}$

Calculo de la masa y la densidad de Saturno usando las leyes de Newton

Partiendo de los resultados anteriores y de las leyes de Newton, se puede estimar el valor de la masa M_s de Saturno. Aplicando la ley de Newton a una piedra de masa m circulando con velocidad V' en la parte más exterior del anillo a la distancia R_{max} del centro del planeta, se puede escribir, siendo G la constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$:

$$m \cdot V'^2 / R_{\text{max}} = G \cdot M_s \cdot m / R_{\text{max}}^2$$

donde simplificando se deduce la masa de Saturno:

$$M_s = V'^2 \cdot R_{\text{max}} / G$$

Sustituyendo los valores calculados antes para la velocidad y el radio máximo de la parte más exterior del anillo se obtiene $M_s = 6,5 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ (El valor actualmente aceptado es $5,7 \cdot 10^{26} \text{ kg}$)

Para calcular la densidad de Saturno se necesita conocer masa y volumen del cuerpo. Conociendo el radio R de Saturno, se puede calcular su volumen V_s

$$V_s = 4 \cdot \pi \cdot R^3 / 3$$

Se calcula entonces su densidad: $d = M_s / V_s = 0,70$. Y así se confirma que Saturno podría flotar sobre el agua, siempre y cuando se consiga un "lago" bastante grande para recibirlo.

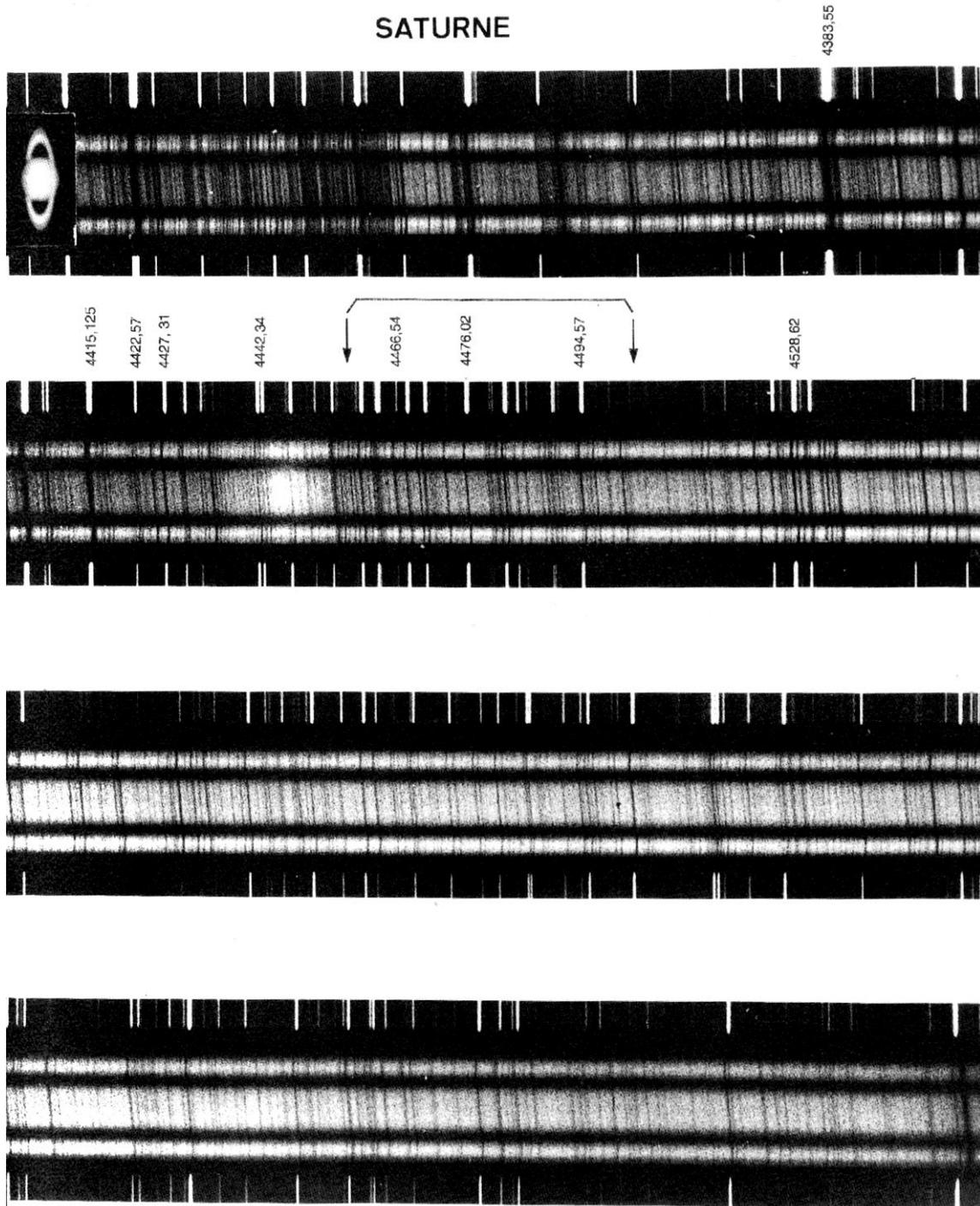


Figura 12. Espectro del planeta Saturno y sus anillos (Observatoire de Haute Provence)

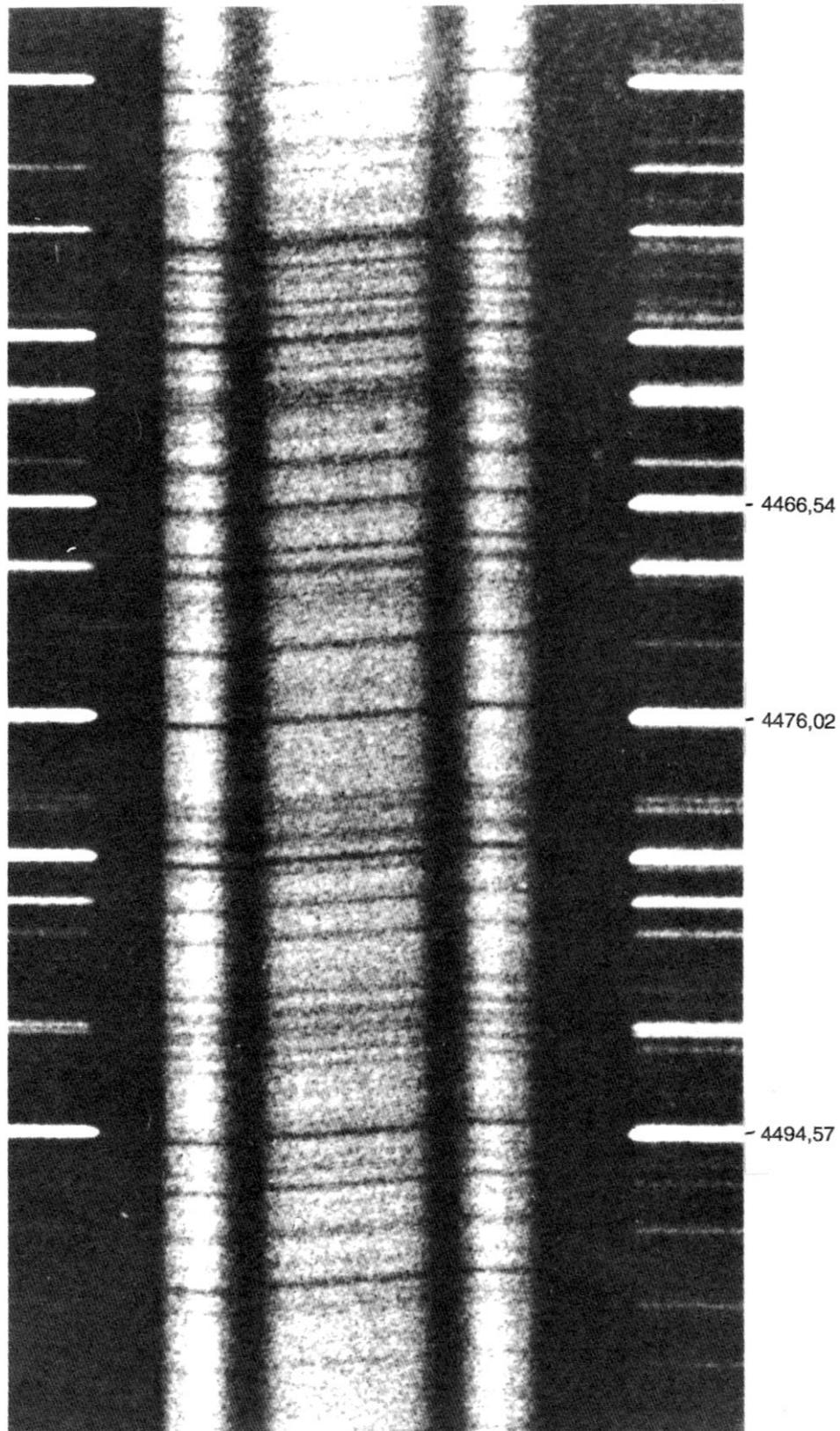


Figura 13. Detalle de la figura anterior. Espectro del planeta Saturno y sus anillos (Observatoire de Haute Provence, 24/07/1962)

Referencias

- Berthomieu, F., Ros, R.M., About Saturn's Rings and its Spectrum, Proceedings of 10th EAAE International Summer School, 11, 38, Barcelona, 2006.
- Ros, R.M., Viñuales, E., Saurina, C., Astronomía: Fotografía y Telescopio, Mira Editores. Zaragoza, 1993.
- Se pueden obtener imagines originales del espectro:
<http://www.ac-nice.fr/clea/CleaCommande.html>
- Se pueden conseguir otros documentos útiles en:
<http://www.csic.es/astrosecundaria>