Sistema Terra-Lua-Sol: Fases e eclipses

Rosa M. Ros

União Astronómica Internacional, Universidade Politécnica da Catalunha (Barcelona, Espanha)

Resumo

Neste trabalho são apresentados alguns modelos sobre as fases da Lua e os eclipses do Sol e da Lua. Estes eclipses também são usado para determinar as distâncias e diâmetros no sistema Terra-Lua-Sol.

Finalmente, também é explicada a origem das marés.

Objetivos

- Compreender porque é que a Lua possui fases.
- Compreender a causa dos eclipses da Lua.
- Compreender o motivo dos eclipses do Sol.
- Determinar distâncias e diâmetros do sistema Terra-Lua-Sol.
- Compreender a origem das marés

Posições relativas

O termo "eclipse" é utilizado para fenómenos muito distintos, no entanto em todos os casos este fenómeno ocorre quando a posição relativa da Terra e da Lua (corpos opacos) obstrui a passagem da luz solar.

Um eclipse Solar ocorre quando a Lua se interpõe entre a Terra e o Sol, ocultando-o. Este tipo de eclipse acontece sempre na fase da Lua nova (figura 1).

Os eclipses da Lua ocorrem quando a Lua passa na sombra da Terra. Isto é, quando a Lua está no lugar oposto ao Sol, portanto, os eclipses lunares acontecem sempre na fase de Lua cheia (figura 1).

A Terra e a Lua movimentam-se ao longo de órbitas elípticas que não se encontram no mesmo plano. A órbita da Lua está inclinada 5º relativamente ao plano da eclíptica (plano da órbita da Terra em torno do Sol). Os dois planos cruzam-se numa reta denominada Linha dos Nodos. Os eclipses acontecem quando a Lua está próxima da Linha dos Nodos. Se ambos os planos não formassem um ângulo, os eclipses seriam bem mais frequentes do que apenas entre zero e três vezes por ano.

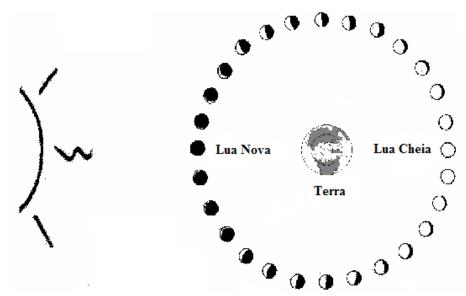


Fig. 1: Os eclipses do Sol ocorrem quando a Lua está situada entre o Sol e a Terra (Lua nova). Os eclipses da Lua ocorrem quando a Lua cruza o cone de sombra da Terra (estando a Terra está situada entre o Sol e a Lua cheia).

Modelos de máscaras

Modelo da Face Oculta

A Lua tem dois movimentos: rotação e translação, com aproximadamente a mesma duração, que é de cerca de quarto semanas. Esta é a razão pela qual vemos sempre a mesma metade da superfície lunar, a partir da Terra.

Observaremos isto com um modelo simples. Começamos por colocar os voluntários que fazem o papel de Terra e apenas um o de Lua, com uma mascara branca. Colocamos o voluntário "Lua" em frente à "Terra", olhando para esta, antes de iniciar o movimento. Ao mesmo tempo que a Lua rodar 90° na sua órbita em torna da Terra também terá que rodar 90° sobre si mesma e, portanto, continuará virada de frente para a Terra. Solicitaremos ao voluntário "Terra" se ele/ela consegue ver a mesma face da Lua ou se consegue ver uma parte diferente. Repetimos a mesma situação 4 vezes, movendo sempre 90°. É evidente que em cada 90°, que corresponde a cada semana, a Terra vê sempre a mesma face da Lua, e a parte de trás da cabeça do voluntário "Lua" nunca é visível.

Modelo de Fases da Lua

Para explicar as fases da Lua é melhor é usar um modelo com uma lanterna ou com um retroprojetor (que representarão o Sol) e um mínimo 5 voluntários. Um deles estará colocado no centro, representando a Terra, e os outros 4 posicionar-se-ão ao seu redor, de forma equidistante, para simular as diferentes fases da Lua. Para tornar a experiência mais atrativa, é boa ideia usar uma máscara branca que representará a Lua. Todos deverão ficar virados para a Terra porque sabemos que a Lua tem sempre a mesma face virada para a Terra (figura 2). Colocaremos a lanterna acesa atrás, e ligeiramente acima, de um dos voluntários que representa a Lua e começaremos a visualizar as 4 fases (vistas desde a Terra, que está no centro). É muito

fácil descobrir que às vezes a máscara está completa iluminada, às vezes só um quarto e outras vezes não é possível ver nada (porque a luz da lanterna, a luz do Sol, está por trás dessa Lua). Quando maior for o número de voluntários mais fases da Lua podem ser observadas.



Fig. 2: Modelo da Terra e da Lua com voluntários (para explicar as fases e a face visível da Lua).

Modelo Terra-Lua

Compreender de forma clara as fases da Lua e a geometria que contém o fenómeno dos eclipses do Sol e da Lua não é simples. Por essa razão é proposto um modelo simples que torna mais inteligíveis estes processos.

Basta inserir dois pregos (de 3 ou 4 cm) numa barra de madeira de 125 cm. Os pregos estarão separados 120 cm e em cada um fixaremos duas bolas de 4 e 1 cm (figura 3).

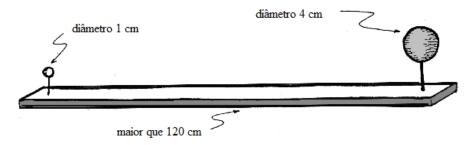


Fig. 3: Modelo com a Terra e a Lua.

É importante seguir estas medidas porque correspondem a um modelo à escala do sistema Terra-Lua, respeitando as proporções de distâncias e diâmetros.

Diâmetro Terra	12 800 km	\rightarrow	4 cm
Diâmetro Lua	3 500 km	\rightarrow	1 cm
Distância Terra-Lua	384 000 km	\rightarrow	120 cm
Diâmetro Sol	1 400 000 km	\rightarrow	440 cm = 4.4 m
Distância Terra-Sol	150 000 000 km	\rightarrow	4700 cm = 0.47 km

Tabela 1: Distâncias e diâmetros do sistema Terra-Lua-Sol.

Reprodução das fases da Lua

Num lugar ensolarado, quando a Lua for visível, direcione a barra com a bolinha para a Lua (figura 4). O observador deve estar posicionado atrás da bola que simula a Terra. A esfera da "Lua" é vista do mesmo tamanho aparente que a Lua e com a mesma fase. Alterando a orientação da barra é possível reproduzir as diferentes fases da Lua ao variar a iluminação que é recebida do Sol. É necessário mover a "Lua" para conseguir todas as fases.

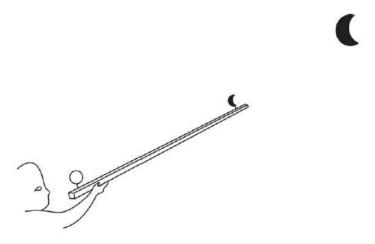


Fig. 4: Usando o modelo no pátio da escola.

A melhor forma de realizar esta atividade é no pátio, mas caso esteja nublado, também é possível realizar usando um retroprojetor como fonte de luz.

Reprodução dos eclipses de Lua

A barra tem que ser segura de modo que a bolinha da Terra fique direcionada para o Sol (o ideal é usar um retroprojetor para evitar olhar diretamente o Sol) e a sombra da Terra cubra a Lua (figuras 5a e 5b), que é maior que a Lua. Deste modo é fácil visualizar um eclipse de Lua.



Fig. 5a e 5b: Simulação de um eclipse de Lua.



Fig. 6: Composição fotográfica de um eclipse de Lua. O nosso satélite cruzando o cone de sombra produzido pela Terra.

Reprodução dos eclipses de Sol

Aponte a barra de modo que a Lua fique direcionada para o Sol (o ideal é usar um retroprojetor ou uma lanterna) e que a sombra da Lua seja projetada sobre a esfera terrestre. Desta forma é possível visualizar um eclipse do Sol, e uma pequena sombra da Lua causa uma pequena mancha sobre uma região da Terra (figura 7a, 7b e 8).

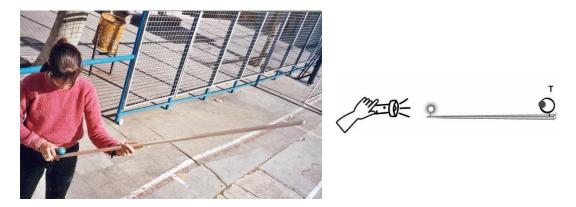


Fig. 7a e 7b: Simulação eclipse solar.

É difícil conseguir esta posição devido à inclinação que a barra deve ter ser muito precisa (esta é a razão pela qual ocorrem menos eclipses de Sol que eclipses Lunares).



Fig. 8: Detalhe da figura anterior 7a.



Fig. 9: Fotografia tirada a partir da MIR do eclipse do Sol de 1999 sobre uma região da superfície terrestre.

Observações

- O eclipse Lunar somente ocorre quando há Lua cheia e o eclipse Solar quando há Lua nova.
- Um eclipse solar só é visto numa determinada parte, reduzida, da Terra.
- É raro a Terra e a Lua estarem suficientemente alinhadas para que produza um eclipse, e por isso não ocorrem sempre que há Lua nova ou Lua cheia.

Modelo Sol-Lua

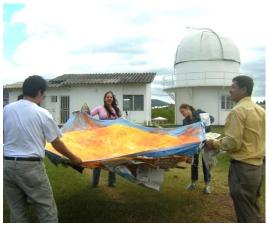
Com a finalidade de visualizar o sistema Sol-Terra-Lua, salientando a importância das distâncias, vamos usar um novo modelo, considerando o ponto de vista terrestre do Sol e da Lua. Para este modelo convidamos os estudantes a desenhar e pintar um grande Sol com diâmetro de 220 cm (mais de 2 metros de diâmetro) num lençol. Com esta experiência demonstramos que é possível cobrir este grande Sol apenas com uma pequena Lua de 0,6 cm de diâmetro (menos de 1 cm de diâmetro).

É possível substituir a bola que simula a Lua por um buraco numa tábua de madeira para que seja mais fácil de realizar a experiência.

Neste modelo, o Sol é colocado a 235 metros da Lua e o observador estará a 60 cm da Lua. Os estudantes ficarão surpreendidos ao cobrir o grande Sol com esta pequena Lua. Esta relação de um Sol 400 vezes maior que a Lua não é fácil de imaginar, pelo que é apropriado mostrar um exemplo para compreender a magnitude das distâncias e o tamanho real no Universo. Todas estas experiências e atividades ajudam a entender quais são as relações espaciais entre os corpos celestes durante um eclipse solar. Este método é muito melhor do que ler uma série de números num livro.

Diâmetro Terra	12 800 km	2.1 cm
Diâmetro Lua	3 500 km	0,6 cm
Distância Terra-Lua	384 000 km	60 cm
Diâmetro Sol	1 400 000 km	220 cm
Distância Terra-Sol	150 000 000 km	235 m

Tabela 2: Distâncias e diâmetros do sistema Terra-Lua-Sol.



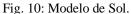




Fig. 11: Observando o Sol e a Lua no modelo.

Medindo o diâmetro do Sol

É possível medir o diâmetro do Sol de diversas formas. Aqui, apresentamos um método simples usando uma câmara escura. É possível de realizar com uma caixa de sapatos ou com um cano de papelão que serve de eixo central para o papel alumínio ou filme transparente de cozinha.

- 1. Tampe uma das extremidades com papel semitransparente (se possível milimétrico) e a outra com papel de alumínio, ou papel grosso, onde faremos um buraco com um alfinete fino (figuras 12 e 13).
- 2. Direcione a extremidade com o pequeno buraco para o Sol e olhe pelo outro extremo onde está o papel semitransparente. Medimos o diâmetro, *d*, da imagem do Sol neste papel milimétrico.



Fig. 12 e 13: Modelos de câmara escura.

Para calcular o diâmetro do Sol, basta considerar a figura 14, na qual aparecem dois triângulos semelhantes

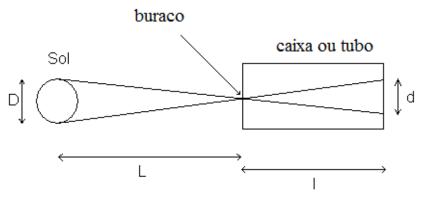


Fig. 14: Problema geométrico subjacente.

Podemos estabelecer a relação:

$$\frac{D}{L} = \frac{d}{l}$$

Sendo possível calcular o diâmetro do Sol, *D*:

$$D = \frac{d \cdot L}{l}$$

Conhecendo a distância do Sol à Terra, $L = 150\ 000\ 000\ \text{km}$, podemos calcular o diâmetro, D, do Sol (lembre-se que o diâmetro solar é de 1 392 000 km). Também é conhecido o comprimento do tubo, l, e o diâmetro, d, da imagem do Sol sobre o papel semitransparente.

É possível repetir o exercício com a Lua cheia sabendo que esta se encontra a aproximadamente 400 000 km da Terra.

Tamanhos e Distâncias no sistema Terra-Lua-Sol

Aristarco (310-230 a.C.) deduziu algumas proporções entre as distâncias e os raios do sistema Terra-Lua-Sol. Calculou o raio do Sol e da Lua, a distância da Terra ao Sol e a distância da Terra à Lua em relação ao raio da Terra. Alguns anos depois, Eratóstenes (280-192 a.C.) determinou o raio do nosso planeta e foi possível calcular todas as distâncias e raios do sistema Terra-Lua-Sol.

A proposta desta atividade consiste em repetir ambas as experiências com os estudantes. A ideia é reproduzir o processo matemático desenhado por Aristarco e Eratóstenes e, se possível, as observações por Aristarco e Eratóstenes.

Reproduzir a experiência de Aristarco

Aristarco determinou que o ângulo entre a linha Lua-Sol e a linha Terra-Sol, quando a Lua está em quarto, é $\alpha = 87^{\circ}$ (figura 15).

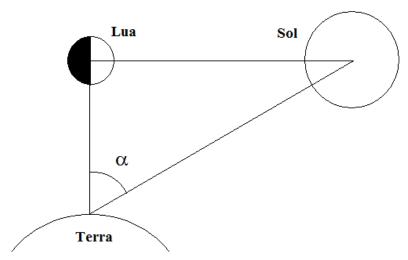


Fig. 15: Posição relativa da Lua em quarto.

Hoje em dia sabemos que ele estava ligeiramente errado, possivelmente porque foi muito difícil determinar o preciso instante do quarto de fase da Lua. De fato este ângulo é $\alpha = 89^{\circ}$ 51', mas o processo usado por Aristarco é perfeitamente correto. Na figura 15, é usada a definição de cosseno, é possível deduzir que,

$$\cos\alpha = \frac{TL}{TS}$$

Em que TS é a distância da Terra ao Sol e TL é a distância da Terra à Lua. Então, aproximadamente,

$$TS = 400 TL$$

(apesar de Aristarco ter deduzido TS = 19 TL).

Relação entre o raio da Lua e do Sol

A relação entre o diâmetro da Lua e do Sol deve ser semelhante à fórmula anteriormente obtida, porque da Terra observam-se ambos os diâmetros iguais a 0,5°. Portanto, os dois raios verificam

$$R_S = 400 R_L$$

Relação entre a distância da Terra à Lua e o raio lunar ou entre a distância da Terra ao Sol e o raio solar

Aristarco supôs que a órbita da Lua em torno da Terra seria circular. Como o diâmetro observado da Lua é de 0,5°, o ângulo da trajetória (360°) da Lua em torno da Terra será 720 vezes o diâmetro. O comprimento deste percurso é 2π vezes a distância Terra-Lua, isto é: $2 R_L 720 = 2\pi$ TL. Resolvendo, encontramos

$$TL = \frac{720R_L}{\pi}$$

e por um raciocínio similar,

$$TS = \frac{720R_S}{\pi}$$

Esta relação é entre as distâncias à Terra, o raio lunar, o raio solar e o raio terrestre.

Relação entre as distâncias da Terra ao Sol e à Lua, o raio lunar, o raio solar e o raio terrestre

Durante um eclipse da Lua, Aristarco observou que o tempo necessário para que a Lua cruze o cone de sombra terrestre era o dobro do tempo necessário para que a superfície da Lua fosse coberta (figura 16a e 16b). Portanto, deduziu que a sombra do diâmetro da Terra era o dobro do diâmetro da Lua, ou seja, a relação de ambos os diâmetros ou raios era de 2:1. Atualmente a informação é de que este valor é de 2,6:1.

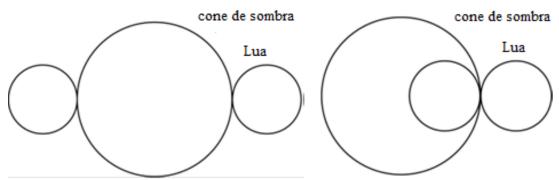


Fig. 16a: Medindo o cone de sombra.

Fig. 16b: Medindo o diâmetro da Lua.

Sumário final

Tendo em conta os resultados (figura 17)

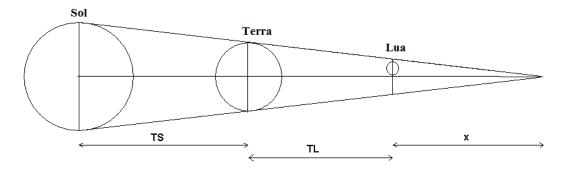


Fig. 17: Cone de sombra e posições relativas do sistema Terra-Lua-Sol.

deduzimos a seguinte relação:

$$\frac{x}{2.6R_L} = \frac{x + TL}{R_T} = \frac{x + TL + TS}{R_S}$$

na qual x é uma variável auxiliar. Introduzindo nesta expressão as relações TS = 400 TL e R_S = 400 R_L , é possível eliminar x e, simplificando, obter,

$$R_L = \frac{401}{1440} \cdot R_T$$

que permite expressar todas as dimensões mencionadas anteriormente em função do raio da Terra, assim

$$R_S = \frac{2005}{18} R_T$$
 $TS = \frac{80200}{\pi} R_T$ $TL = \frac{401}{2\pi} R_T$

Onde apenas é necessário substituir o raio do nosso planeta para obter todas as distâncias e raios do sistema Terra-Lua-Sol.

Medições com os estudantes

Repetir as medidas realizadas por Aristarco com os estudantes é uma boa ideia. Em primeiro lugar, é essencial calcular o ângulo entre o Sol e a Lua em quarto. Para realizar esta medida só é necessário dispor de um teodolito e saber o exato instante do quarto.

Assim, tentaremos verificar se este ângulo mede $\alpha = 87^{\circ}$ ou $\alpha = 89^{\circ}$ 51' (esta é uma medida realmente difícil de ser obtida).

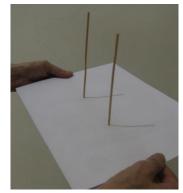
Em segundo lugar, durante um eclipse da Lua, usando um cronómetro, é possível calcular a relação entre os tempos seguintes: "o primeiro e o último contato da Lua com o cone de sombra terrestre", ou seja, medir o diâmetro do cone da sombra da Terra (figura 17a) e "o tempo necessário em cobrir a superfície lunar", isto é, a medida do diâmetro da Lua (figura 17b). Finalmente, é possível verificar se a relação entre os tempos é 2:1 ou é de 2,6:1.

O objetivo mais importante desta atividade não é o resultado obtido para cada raio ou distância. O mais importante é que os estudantes descubram que, se utilizarem seus conhecimentos e inteligência, podem obter interessantes resultados apenas com poucos recursos. Neste caso, o talento de Aristarco foi muito importante para tentar obter uma ideia acerca do tamanho do sistema Terra-Lua-Sol.

Medir o raio da Terra seguindo o processo usado por Eratóstenes com os estudantes também é uma excelente proposta. Apesar da experiência de Eratóstenes ser bem conhecida, apresentamos aqui uma versão reduzida com o intuito de completar a experiência anterior.

Reproduzir a experiência de Eratóstenes

Eratóstenes foi diretor da Biblioteca de Alexandria. Num dos textos da biblioteca ele leu que na cidade de siena (atualmente Assuão) no dia de solstício de verão, ao meio dia, o Sol era refletivo no fundo de um poço, o que equivale a uma vara não produzir sombra. Ele notou que, no mesmo dia e à mesma hora, em Alexandria, uma vara produzia sombra. A parir destes factos ele deduziu que a superfície da Terra não podia ser plana, mas que seria esférica (figuras 18a e 18b).



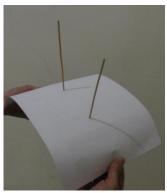


Fig. 18a e 18b: Numa superfície plana as duas estacas produzem sobras a mesma sombra, mas quando a superfície é curava as sombras são diferentes.

Considere duas estacas colocadas perpendicularmente ao solo, em duas localidades da superfície terrestre sobre o mesmo meridiano. As estacas devem apontar para o centro da Terra. Normalmente é melhor usar um fio-de-prumo no qual é marcado um ponto do fio para poder medir os comprimentos. É necessário medir a distância no fio-de-prumo, do solo até à marca, e o comprimento da sombra, da base do prumo até a sombra da marca no fio-de-prumo.

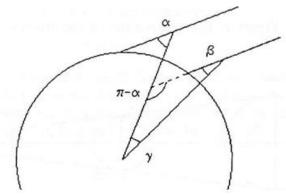


Fig. 19: Situação de prumos e ângulos na experiência de Eratóstenes.

Consideramos que os raios solares são paralelos. Estes raios solares produzem duas sombras, uma para cada estaca, ou fio-de-prumo. Medindo o comprimento do prumo e da sua sombra e usando a definição de tangente, obtêm-se os ângulos α e β (figura 19). O ângulo central γ pode ser calculado conferindo que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a π radianos. Então deduzimos $\pi = \pi - \alpha + \beta + \gamma$ e simplificando

$$\gamma = \alpha - \beta$$

no qual α e β foram obtidos a partir da medição do prumo e da sua sombra.

Finalmente, estabelecendo uma proporcionalidade entre o ângulo γ , a longitude de seu arco, d, (determinado pela distância sobre o meridiano entre as duas localidades), e 2π radianos do círculo meridiano e o seu comprimento $2\pi R_T$, obtemos,

$$\frac{2\pi R_T}{2\pi} = \frac{d}{\gamma}$$

Então conclui-se que:

$$R_T = \frac{d}{\gamma}$$

onde γ se obteve a partir da observação, em radianos, e d é a distância em km entre as duas localidades. É possível achar d a partir de um bom mapa.

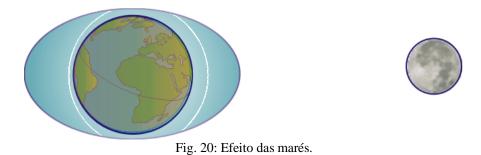
Na situação de Esratóstenes, o ângulo β era zero e $\gamma = \alpha$, e com a distância entre Alexandria e Siena, é obtido um bom resultado do raio terrestre.

Também é necessário mencionar que o objetivo desta atividade não é a exatidão dos resultados. É esperado que os estudantes descubram que pensando e usando todas as possibilidades pode produzir resultados surpreendentes.

Marés

As marés são a subida e descida do nível do mar causado pelos efeitos combinados da rotação da Terra e das forças gravitacionais exercidas pela Lua e o Sol. A forma do fundo do mar e da região costeira também têm influência nas marés, embora em menor escala. As marés são produzidas num período de aproximadamente 12 horas e meia.

As marés acontecem, principalmente, pela atração entre a Lua e a Terra. As marés altas ocorrem nas partes da Terra que estão de frente para a Lua e no lado oposto (figura 20). Nos pontos intermediários ocorrem as marés baixas.



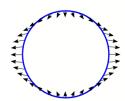


Fig. 21: Efeito, sobre a água, da aceleração diferenciada da Terra em diferentes áreas do oceano.

O fenómeno das marés já era conhecido na antiguidade, mas sua explicação apenas foi possível após a descoberta da Lei da Gravidade Universal de Newton (1687).

$$F_g = \frac{m_T \cdot m_L}{d^2}$$

A Lua exerce uma força gravitacional sobre a Terra. Quando há uma força gravitacional é possível considerar que existe uma aceleração gravitacional, de acordo com a segunda lei de Newton (F = m.a). Desta forma a aceleração da Lua sobre a Terra é dada por

$$a_{g} = G \frac{m_{L}}{d^{2}}$$

No qual m_L é a massa da Lua e d é a distância da Lua a um ponto da Terra.

A parte sólida da Terra é um corpo rígido e, por isso, é possível considerar toda a aceleração sobre esta parte sólida aplicada no centro da Terra. No entanto, a água é líquida e sofre uma aceleração diferencial que depende da distância à Lua. Assim, a aceleração do lado mais próximo da Lua é maior que do lado mais afastado. Em consequência, a superfície do oceano vai gerar um elipsoide (figura 20).

Esse elipsoide permanece sempre com a zona mais alongada para a Lua (figura 19) e a Terra vai girar por baixo. Assim cada ponto da Terra terá 2 vezes ao dia uma maré alta seguida de uma maré baixa. Na realidade o período entre marés é um pouco superior a 12 horas e a razão é que a Lua gira em relação à Terra com um período sinódico de aproximadamente 29,5 dias. Significa que percorre 360° em 29,5 dias, pelo que a Lua vai avançar no céu aproximadamente 12,2° em cada dia, ou seja, 6,6° a cada 12 horas. Como em cada hora a Terra gira sobre si mesma aproximadamente 15°, 6,6° equivalem a 24 minutos, portanto cada ciclo de maré é de 12 horas e 24 minutos. Como o intervalo de tempo entre a maré alta e a maré baixa é a metade; o tempo compreendido da maré alta até a maré baixa, ou da maré baixa até a maré alta, será de 6h e 12min.

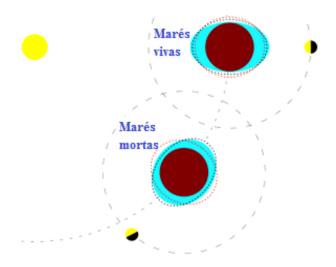


Fig. 22: Marés vivas e marés mortas.

Devido a sua proximidade, a Lua é a que mais influencia as marés. Mas o Sol também tem influência nas marés. Quando a Lua e o Sol estão em conjunção (Lua nova) ou em oposição (Lua cheia) ocorrem as marés vivas. Quando a Lua e o Sol exercem atrações gravitacionais perpendiculares (Quarto crescente e Quarto minguante) ocorrem as marés mortas (figura 22).

Bibliografia

- Alonso, M., Finn, E. *Física um curso universitário*. Volume I. Ed. Edgard Blucher, 1972
- Broman, L., Estalella, R., Ros, R.M., *Experimentos de Astronomía. 27 pasos hacia el Universo*, Editorial Alambra, Madrid, 1988.
- Broman, L., Estalella, R., Ros, R.M., *Experimentos de Astronomía*, Editorial Alambra, Mexico, 1997.

- Fucili, L., García, B., Casali, G., "A scale model to study solar eclipses", Proceedings of 3rd EAAE Summer School, 107, 109, Barcelona, 1999.
- Lanciano, N., Strumenti per i giardino del cielo, Edizioni junior, Spaggiari Eds, Roma, 2016.
- Reddy, M. P. M., Affholder, M. *Descriptive physical oceanography: State of the Art*. Taylor and Francis. 249, 2001.
- Ros, R.M., Lunar eclipses: Viewing and Calculating Activities, *Proceedings of 9th EAAE International Summer School*, 135, 149, Barcelona, 2005.
- Ros, R.M., Viñuales, E., Aristarchos' Proportions, *Proceedings of 3rd EAAE International Summer School*, 55, 64, Barcelona, 1999.
- Ros, R.M., Viñuales, E., El mundo através de los astrónomos alejandrinos, *Astronomía, Astrofotografía y Astronáutica*, <u>63</u>, 21. Lérida, 1993.